Mecânica dos Fluidos:
Hidrostática

Aula Introdução

Prof. Jose Gatto

Aplicações do estudo dos fluidos

- Projetos de bombas
- Compressores
- Sistemas de controle de processos
- Calefação e resfriamento
- Turbinas (eólicas, água, ar)
- Aquecimento solar
- Movimentos de tornados e furações
- Flutuabilidade de aeronaves, navios e carros
- Túnel de vento, projetos de veículos e peças
- Sistemas de propulsão
- Canais de drenagem
- Atmosfera, rios, lagos e oceanos
- Rede de distribuição de águas
- Sistemas de coleta e tratamento de esgotos
- Represas, tanques e Barragens
- Veias e artérias em sistemas biológicos

O assunto é dividido em três categorias principais:

1. **Hidrostática** considera as forças que atuam sobre um fluido em repouso.

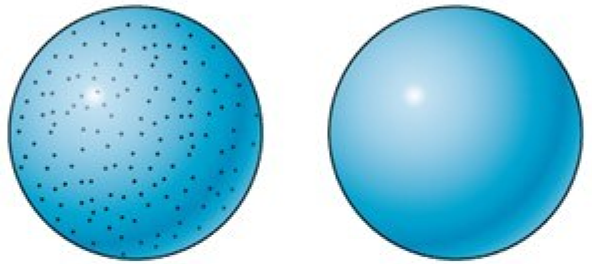
2. **Cinemática dos fluidos** é o estudo da geometria do movimento do fluido.

3. **Dinâmica dos fluidos** considera as forças que causam aceleração de um fluido.

Hidrostática

- O estudo dos fluidos são baseados nas:

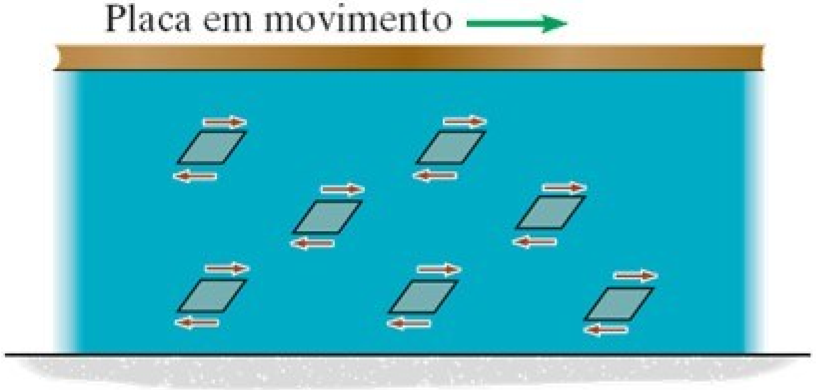
1. Leis de Newton.
2. Conservação da Massa.
3. Primeira e segunda leis da Termodinâmica.
4. Propriedades físicas de um fluido.



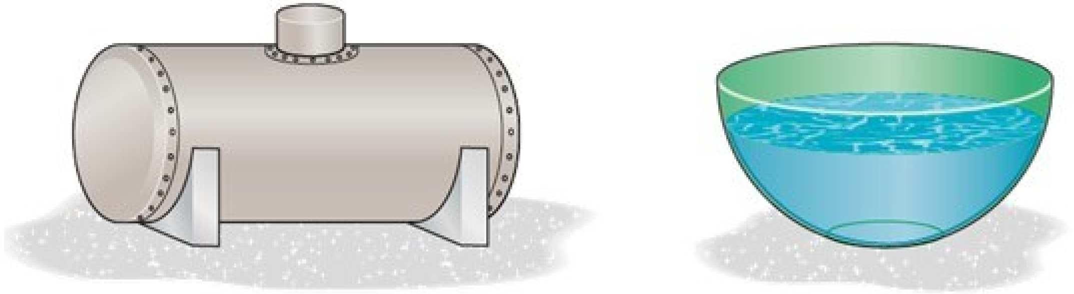
Fluido real   Hipótese do contínuo

- Os fluidos são:

Substâncias que se deformam ou fluem continuamente quando sujeitas a uma força de cisalhamento ou tangencial.



Todos os elementos fluidos se *deformam* quando sujeitos ao cisalhamento



Sistemas de Unidades

- Existem cinco quantidades básicas utilizadas nos estudos dos fluidos:

Nome	Comprimento	Tempo	Massa	Força	Temperatura	
Comuns nos EUA	pé	segundo	slug*	libra	Rankine	Fahrenheit
FPS	pé	s	$\left(\frac{lb \cdot s^2}{pé}\right)$	lb	°R	°F
Sistema Internacional de Unidades	metro	segundo	quilograma	Newton*	Kelvin	Celsius
SI	m	s	kg	N $\left(\frac{kg \cdot m}{s^2}\right)$	K	°C

FPS – Foot-Pound-Second – pé-libra-segundo

psi = Pound-Force per Square Inch (libra-força por polegada quadrada)

Sistemas de Unidades

- As Grandezas Físicas se relacionam

$$F = m \cdot a$$

$$W = m \cdot g$$

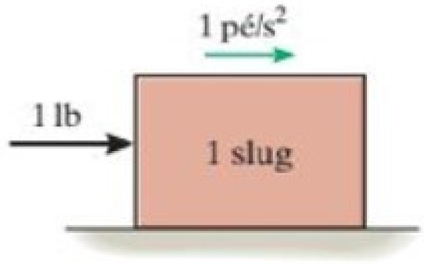


Figura 3: *Sistema FPS.*

$$W = mg$$

$$1lb = 1slug \cdot 32{,}2pés/s^2$$

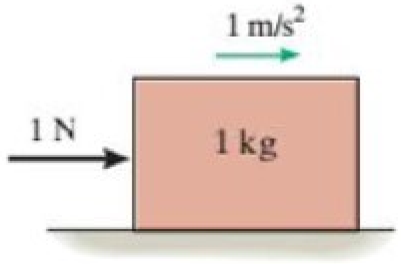
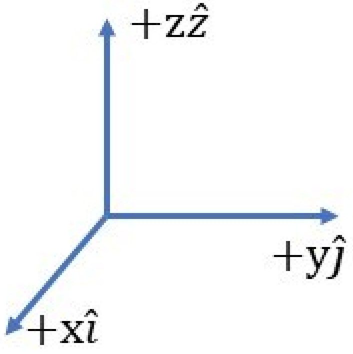


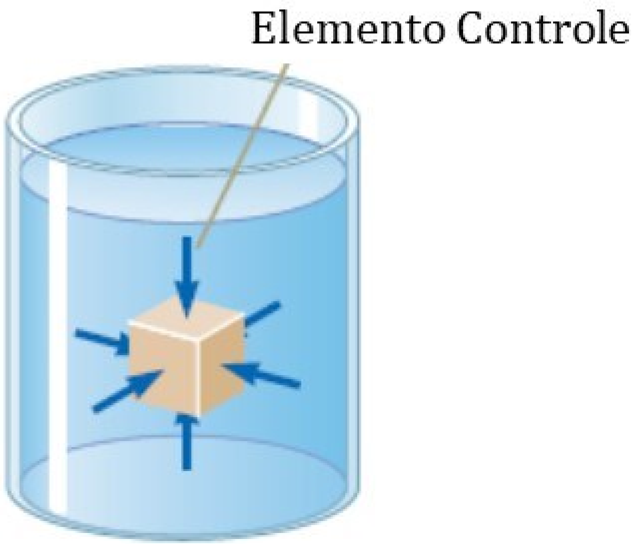
Figura 4: *Sistema Internacional.*

$$W = mg$$

$$1N = 1kg \cdot 9{,}81m/s^2$$

Dimensão secundária	Unidade no SI	Unidade no BG	Fator de conversão
Área $\{L^2\}$	m^2	ft^2	$1\ m^2 = 10{,}764\ ft^2$
Volume $\{L^3\}$	m^3	ft^3	$1\ m^3 = 35{,}315\ ft^3$
Velocidade $\{LT^{-1}\}$	m/s	ft/s	1 ft/s = 0,3048 m/s
Aceleração $\{LT^{-2}\}$	m/s^2	ft/s^2	$1\ ft/s^2 = 0{,}3048\ m/s^2$
Pressão ou tensão $\{ML^{-1}T^{-2}\}$	$Pa = N/m^2$	lbf/ft^2	$1\ lbf/ft^2 = 47{,}88\ Pa$
Velocidade angular $\{T^{-1}\}$	s^{-1}	s^{-1}	$1\ s^{-1} = 1\ s^{-1}$
Energia, calor, trabalho $\{ML^2T^{-2}\}$	J = N · m	ft · lbf	1 ft · lbf = 1,3558 J
Potência $\{ML^2T^{-3}\}$	W = J/s	ft · lbf/s	1 ft · lbf/s = 1,3558 W
Massa específica $\{ML^{-3}\}$	kg/m^3	$slugs/ft^3$	$1\ slug/ft^3 = 515{,}4\ kg/m^3$
Viscosidade $\{ML^{-1}T^{-1}\}$	kg/(m · s)	slugs/(ft · s)	1 slug/(ft · s) = 47,88 kg/(m · s)
Calor específico $\{L^2T^{-2}\Theta^{-1}\}$	$m^2/(s^2 \cdot K)$	$ft^2/(s^2 \cdot °R)$	$1\ m^2/(s^2 \cdot K) = 5{,}980\ ft^2/(s^2 \cdot °R)$





Temperaturas

$$T_R = T_F + 460 \qquad T_K = T_C + 273$$

Profº Jose Gatto
Universidade Iguaçu, Unig

Propriedades básicas do fluido

- A **massa específica ρ** (rô) refere-se à massa do fluido que está contida em uma unidade de volume:

- Ela é medida em kg/m^3 ou $slug/pés^3$ e é determinada a partir de

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad m = \rho . V$$

- A **densidade relativa** ou **gravidade específica S** de uma substância é uma quantidade adimensional definida:

$$S = \frac{\rho_{substância}}{\rho_{água}} = \frac{\gamma_{substância}}{\gamma_{água}}$$

- O **peso específico γ** (gama) de um fluido é o seu peso por unidade de volume.

- Ele é medido em N/m^3 ou $lb/pés^3$. Logo,

$$\gamma = \frac{W}{V} = \frac{m \, . \, g}{V}$$

$$W = \gamma . V$$

- O peso específico está relacionado com a massa específica:,

$$\gamma = \rho \, . \, g$$

$$\rho = \frac{\gamma}{g}$$

Propriedades básicas do fluido

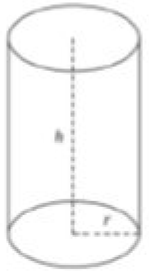


Figura 5: *Cilindro.*
$V = A_{base} \cdot h$
$V = \pi r^2 \cdot h$

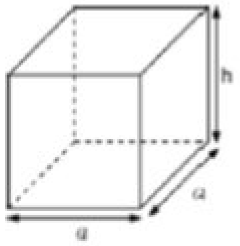


Figura 6: *Cubo.*
$V = A_{base} \cdot h$
$V = (a \cdot a) \cdot h$

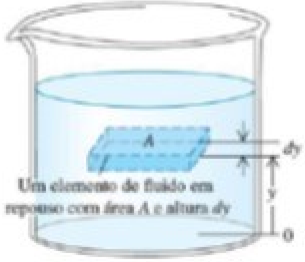


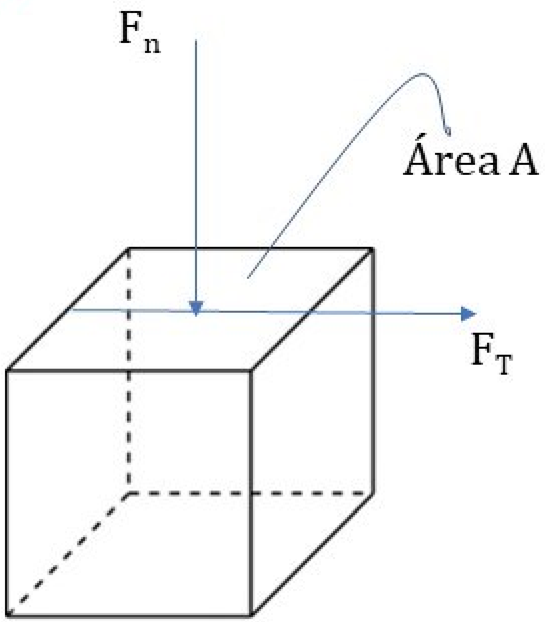
Figura 7: *Elemento de Controle.* (dy é a altura infinitesimal do elemento controle de área A)

$$V = (\acute{A}rea\ da\ Base)x\ Altura$$

Volume dos sólidos, <u>Cilindro</u> e <u>Cubo</u>, são utilizados como elemento controle para modelagem matemática infinitesimal.

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$$

$$dm = \rho \,.\, dV = \rho \,.\, d(A\,.\,h) = \rho \,.\, A \,.\, dy$$



$$\text{Pressão} = \frac{\text{Força}}{\text{Área}}$$

$$\text{Tensão} = \frac{\text{Força}}{\text{Área}}$$

F_n = Força Normal

F_T = Força Tangencial

$$1\ \text{Pascal}\ (P_a) = 1\ \frac{N}{m^2}$$

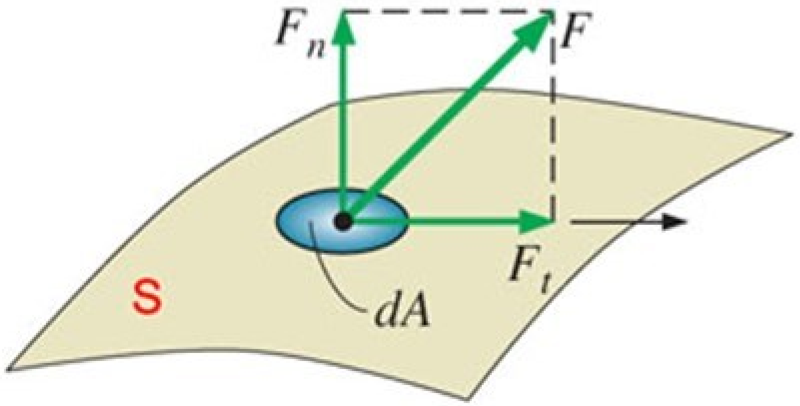
$$1P_a = \left[\frac{N}{m^2}\right]$$

$$1P_a = \left[\frac{Kg\,.m/s^2}{m^2}\right]$$

$$1P_a = \left[\frac{Kg}{m\,.\,s^2}\right]$$

Propriedades básicas do fluido

A **pressão** é definida como a força dividida área. Se considerarmos o fluido como um meio contínuo, então em um ponto dentro do fluido a área pode se aproximar de zero e, portanto, a pressão torna-se:



$$P = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \qquad dF = P\,.\,d(A)$$

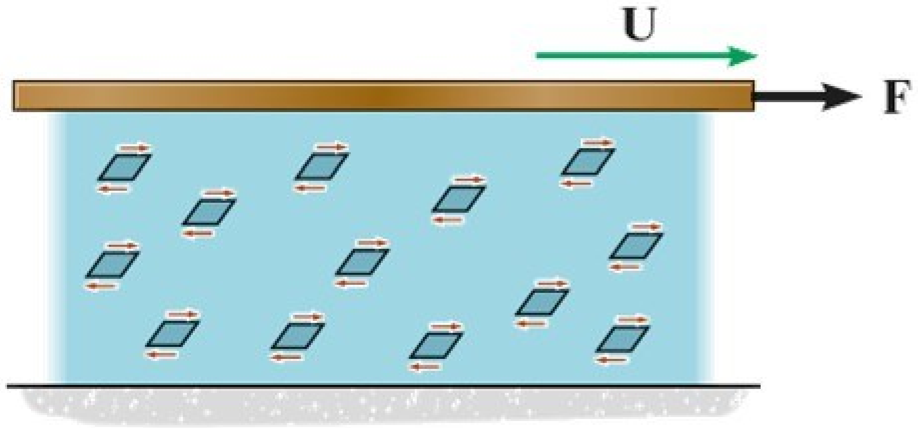
Imagine uma superfície qualquer e uma pequena área demarcada nesta superfície que sofre a ação de duas forças, uma na direção normal e no sentido positivo do eixo dos y; outra na direção tangencial, no sentido positivo dos eixo dos x. A força resultante é a soma vetorial destas duas forças e aponta para a direção que a superfície sofrerá deformação.

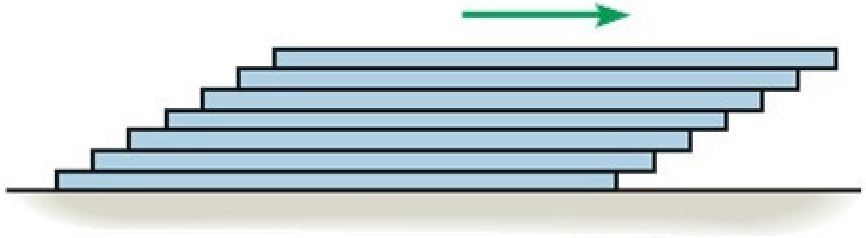
Se a superfície possui uma área finita e a pressão é uniformemente distribuída sobre essa área, então a pressão média é:

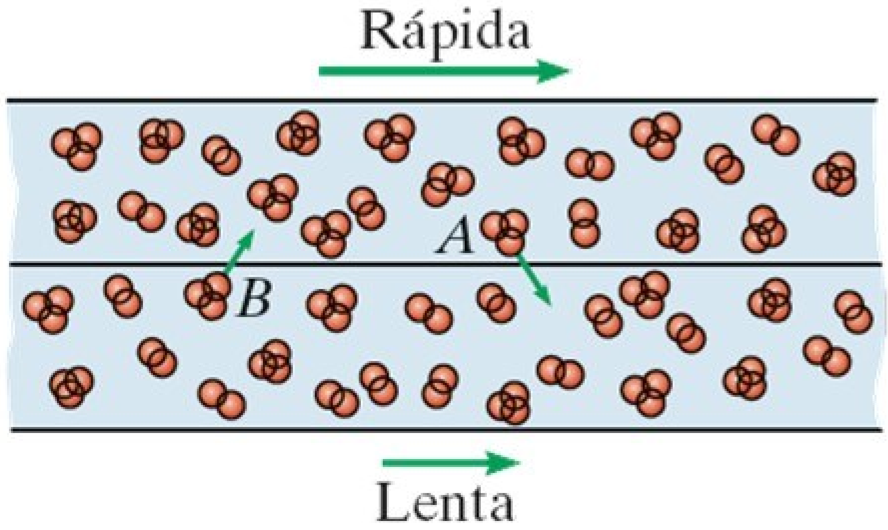
$$P_M = \frac{F}{A} \qquad F = P\ .\ A$$

Viscosidade

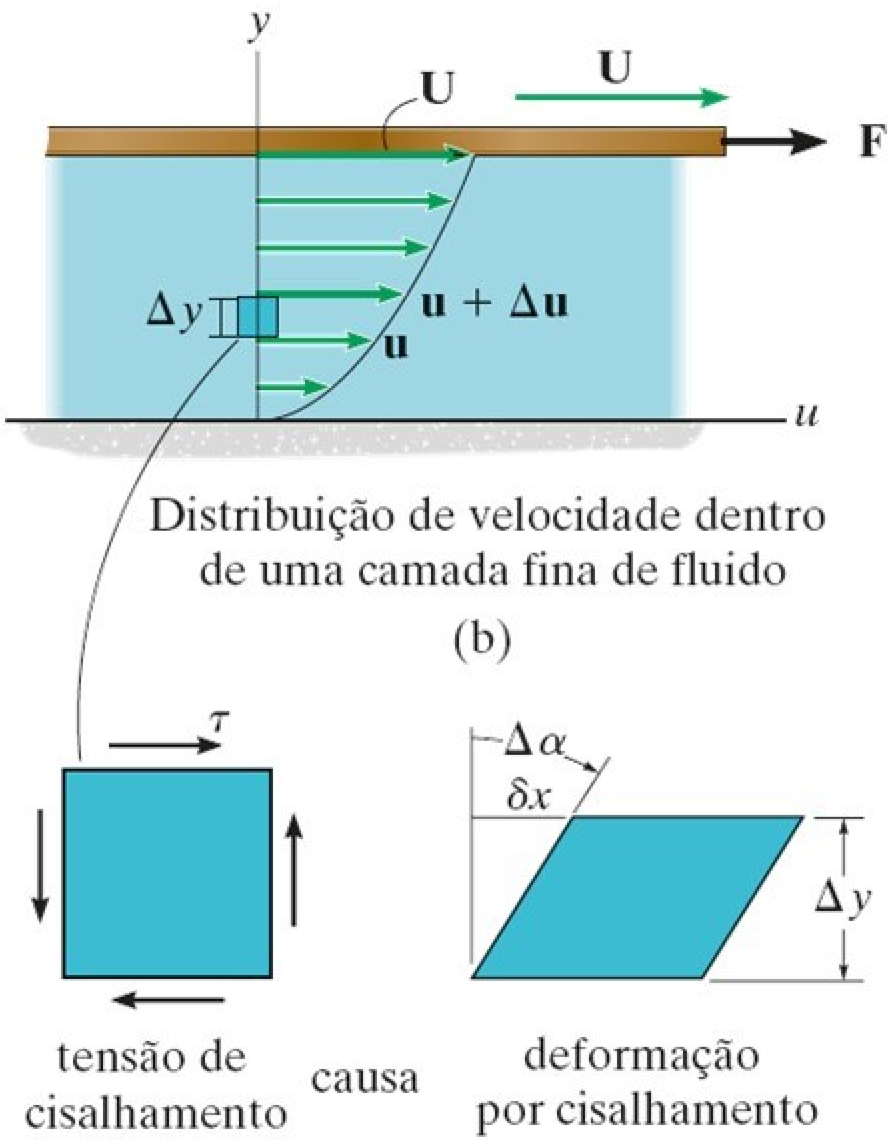
- **Viscosidade** é uma propriedade de um fluido que mede a resistência ao movimento de uma camada muito fina de fluido sobre uma camada adjacente. Essa resistência ocorre somente quando uma força tangencial ou de cisalhamento é aplicada ao fluido:







O fluido é confinado entre uma superfície fixa e uma placa horizontal muito larga que se move ao aplicar uma força F.



Lei da Viscosidade de Newton

Placa se move com velocidade constante U. Há aderência molecular entre as partículas do fluido em contato com a placa fixa (fluido em repouso nesta superfície).

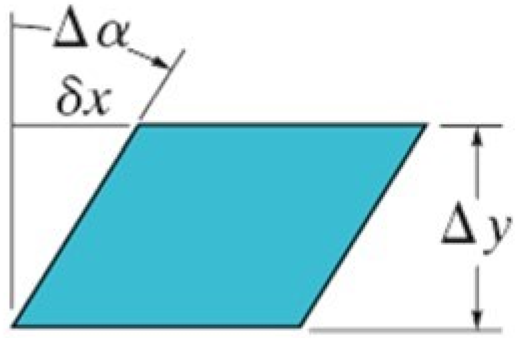
Tensão de Cisalhamento τ (tau) é a força tangencial que atua sobre a área ΔA do elemento de controle.

$$\tau = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

Lei da Viscosidade de Newton

Deformação de Cisalhamento é o pequeno ângulo $\Delta\alpha$ (delta alfa) que durante um curto tempo Δt deforma o elemento para uma forma de paralelogramo.

$$\Delta\alpha \approx \text{tg}\,\Delta\alpha = \frac{\delta x}{\Delta y}$$



O topo do elemento se move a uma taxa Δu relativa à sua parte inferior, então:

$$\Delta u = \frac{\delta x}{\Delta t} \longrightarrow \delta x = \Delta u \,.\, \Delta t$$

Substituindo em $\Delta\alpha$:

$$\Delta\alpha = \frac{(\Delta u \,.\Delta t)}{\Delta y} \longrightarrow \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{\Delta u}{\Delta y}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{du}{dy}$$

$$\frac{du}{dy} \longrightarrow \text{Gradiente de velocidade}$$

No século XVII, Isaac Newton propôs que a tensão de cisalhamento no fluido é diretamente proporcional a essa taxa de deformação (gradiente de velocidade):

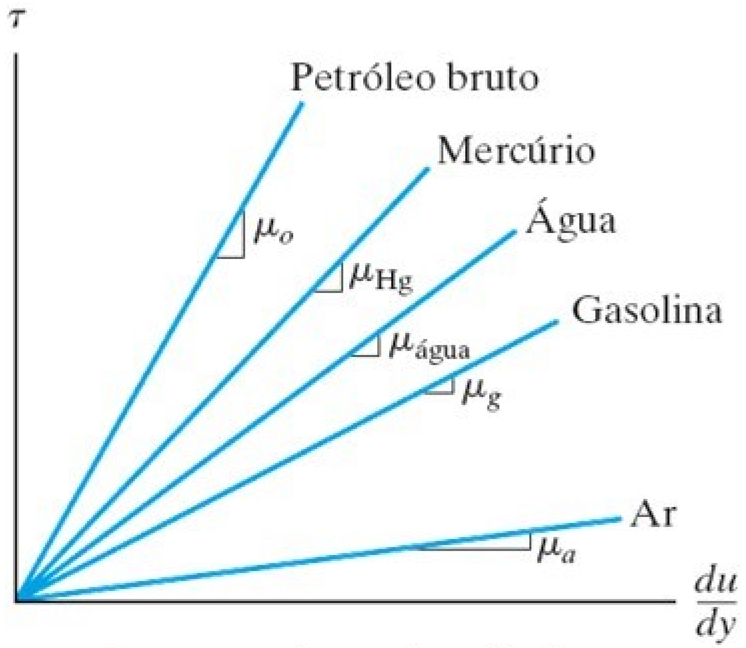
$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

Lei da Viscosidade de Newton

A constante de proporcionalidade μ é uma propriedade física do fluido que mede a resistência ao movimento do fluido. Viscosidade Absoluta ou dinâmica:

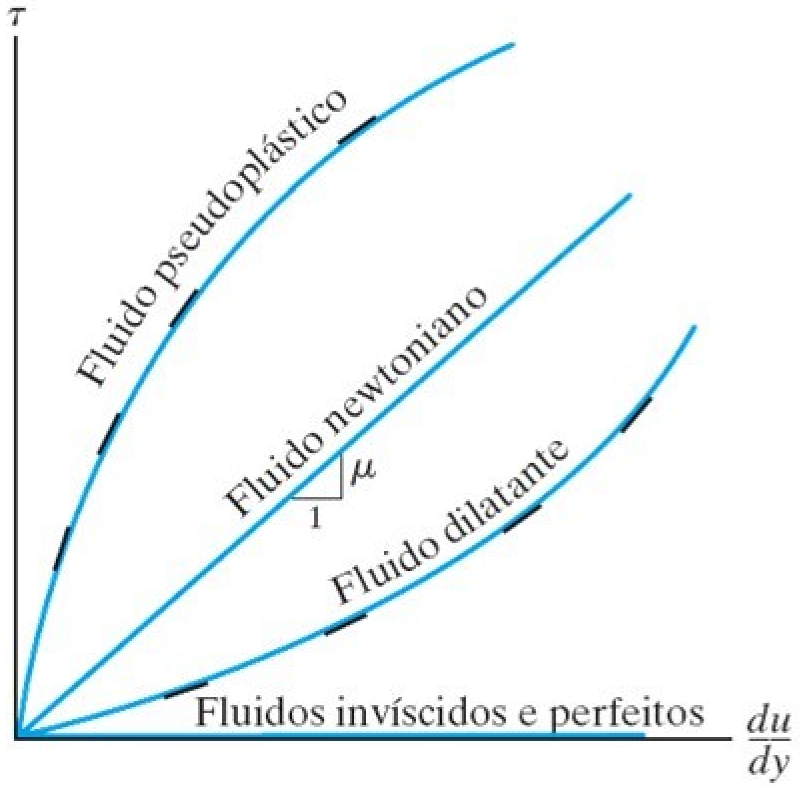
$$\mu = \frac{\tau}{(du/dy)}$$

Fluidos Newtonianos



Quanto maior a viscosidade,
mais difícil é o escoamento do fluido.

Fluidos Não Newtonianos



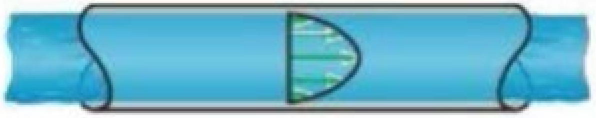
Lei da Viscosidade de Newton

Fluidos Invíscidos e Perfeitos

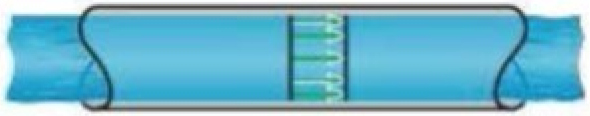
Possuem viscosidade muito baixas. O fluido Invíscido possui viscosidade zero $\mu = 0$, não oferece resistência à tensão de cisalhamento (sem atrito).

Se além de invíscido, o fluido for incompressível, então ele é chamado de fluido perfeito.

Escoamento



Fluido real

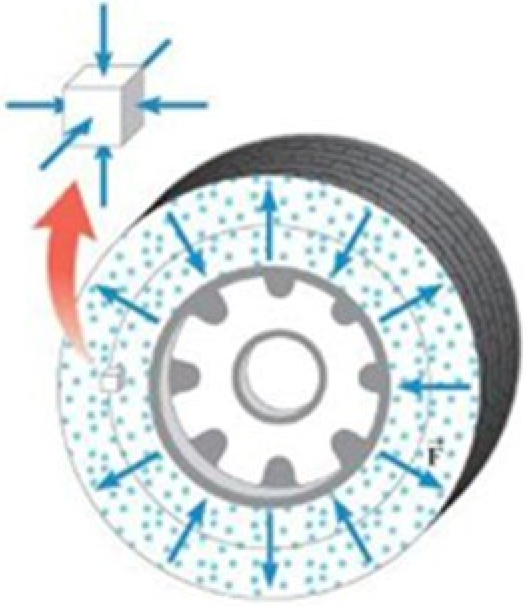


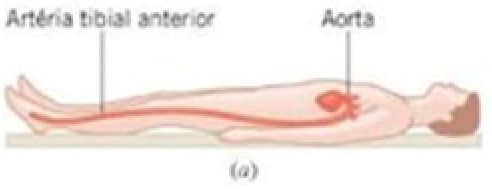
Fluido perfeito

$$1 \text{ atm} = 1{,}01 \text{x} 10^5 \ P_a$$

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 14{,}7 \ \frac{\text{lb}}{\text{pol}^2} = 1 \text{ PSI}$$

PSI = Pound-Force per Square Inch



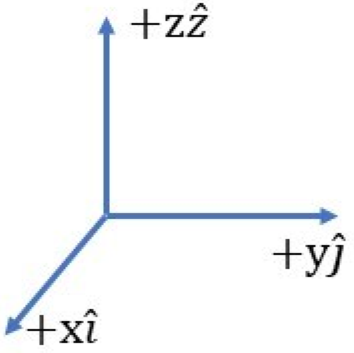


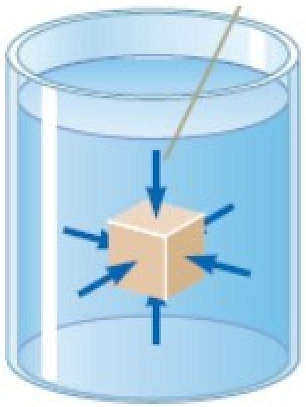
Pressão e Força Hidrostática numa superfície submersa

No século XVII, o matemático francês Blaise Pascal conseguiu mostrar que a intensidade da <u>pressão atuando em um ponto em um fluido é a mesma em todas as direções</u> (Lei de Pascal). Embora Giovanni Benedetti e Simon Stevin a tivessem deduzido anteriormente, no final do século XVI.

Para elaborar a modelagem matemática sobre a Lei de Pascal *consideraremos um elemento controle em forma de cunha*, dentro do fluido, a uma determinada profundidade. A cunha será um elemento imaginário infinitesimal que é a metade de um cubo quando cortado na diagonal. Assim, poderemos avaliar a pressão do fluido em cada face da cunha. Se este elemento estiver em equilíbrio dentro do fluido, ele atenderá a Segunda Lei de Newton, $F = m \cdot a$, com a aceleração igual a zero. O somatório das forças em cada uma das três direções, eixos x, y e z, deste elemento, será zero. A força em cada face da cunha é determinada multiplicando a pressão pela área da face deste elemento.

Elemento Controle

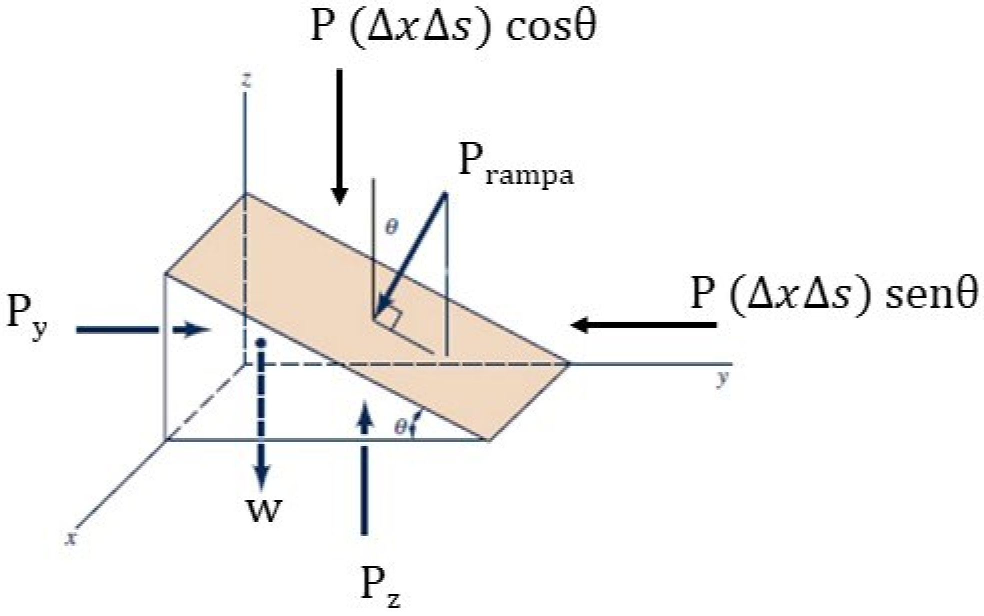




Profº Jose Gatto
Universidade Iguaçu, Unig

Pressão e Força Hidrostática numa superfície submersa

Elemento Controle Infinitesimal em forma de Cunha



Δs *é o comprimento da rampa.*

$P = P_{(rampa)}$ é a pressão na face da rampa – Pressão na direção normal a superfície da rampa – face de área Δx Δs.

Forças no Eixo y:

1) P_y é a pressão na direção positiva do eixo y na face de área $\Delta x \ \ \Delta z$.

2) P ($\Delta x \Delta s$) senθ é a pressão na direção negativa do eixo y na face de área $\Delta x \ \ \Delta s$.

Forças no Eixo z:

1) P_z é a pressão na direção positiva do eixo z na face de área $\Delta y \ \ \Delta x$.

2) P ($\Delta x \Delta s$) cosθ é a pressão na direção negativa do eixo z na face de área $\Delta y \ \ \Delta x$.

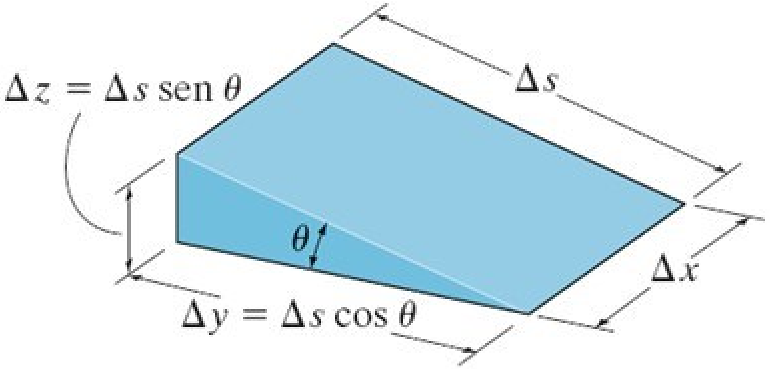
3) Peso do Elemento é na direção negativa do eixo z:

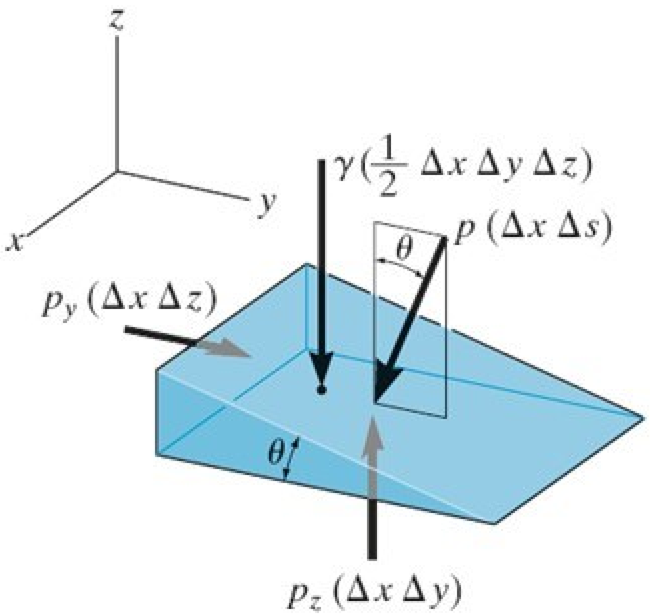
$$W = \gamma . V = \gamma \frac{1}{2} \Delta x . \Delta y . \Delta z$$

$$W = \frac{1}{2} \gamma \Delta x \ \ \Delta y \ \ \Delta z$$

Pressão e Força Hidrostática numa superfície submersa

Aplicando a Segunda Lei de Newton F = m . A, temos:





A Força Peso (W) da cunha:

$$W = \frac{1}{2}\,\gamma\,\Delta x\;\;\Delta y\;\;\Delta z = \frac{1}{2}\,\gamma\,\Delta x\;\;(\Delta s\;cos\theta)\;\;(\Delta s\;sen\theta)$$

Somatório das forças em y:

$$\sum F_z = m.\overset{0}{\cancel{a}} = 0$$

$$P_y(\Delta x \Delta z) - P\,(\Delta x \Delta s)(\mathrm{sen}\theta) = 0$$

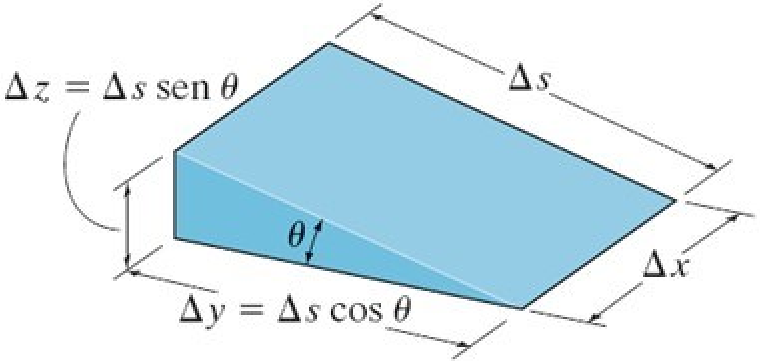
$$P_y\cancel{(\Delta x \Delta s)\mathrm{sen}\theta} - P\,(\Delta x \cancel{\Delta s)(\mathrm{sen}\theta}) = 0$$

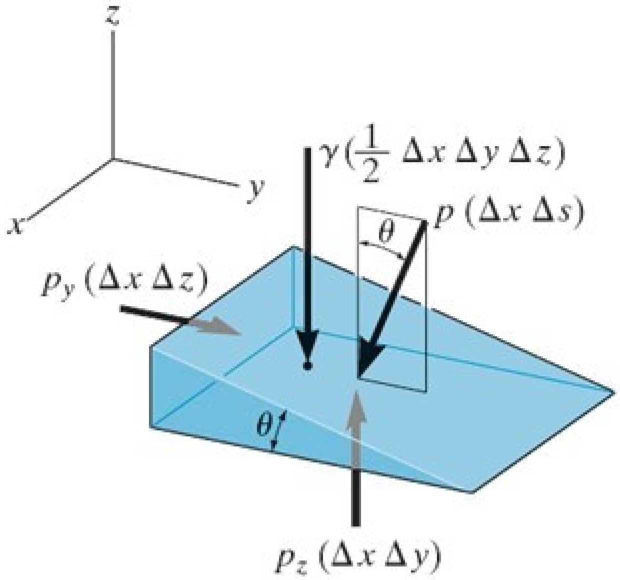
$$P_y = P$$

Hidrostática

Pressão e Força Hidrostática numa superfície submersa

Aplicando a Segunda Lei de Newton F = m . A, temos:





Somatório das forças em z:

$$\sum F_z = m.\cancelto{0}{a} = 0$$

$$P_z(\Delta x \Delta y) - P\,(\Delta x \Delta s)(\cos\theta) - \frac{1}{2}\,\gamma\,\Delta x\;\;\Delta y\;\;\Delta z = 0$$

$$P_z(\Delta x \Delta s)\cos\theta - P\,(\Delta x \Delta s)(\cos\theta) - \frac{1}{2}\,\gamma\,\Delta x\;\;(\Delta s\,cos\theta)\;\;(\Delta s\,sen\theta) = 0$$

Se dividir por ΔxΔs:

$$P_z\cos\theta - P\,(\cos\theta) - \frac{1}{2}\,\gamma\,\Delta s\,cos\theta\;sen\theta = 0$$

Se o elemento é infinitesimal, $\Delta s \to 0$, então:

$$P_z = P$$

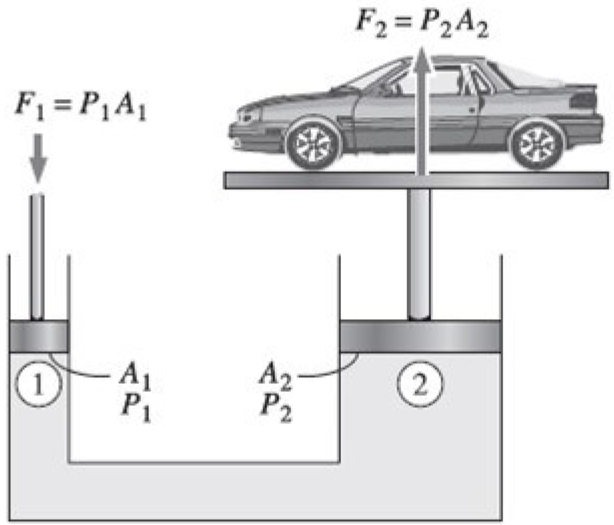
Profº Jose Gatto
Universidade Iguaçu, Unig

Pressão e Força Hidrostática numa superfície submersa

$$\left.\begin{aligned} P_z &= P \\ P_y &= P \\ P_x &= P \end{aligned}\right\}$$

A pressão em um ponto é a mesma em todas as direções para qualquer fluido em repouso. Lei de Pascal.

Como a pressão em um ponto é transmitida através do fluido por ação, força de reação igual, mas oposta, a cada um de seus pontos vizinhos, então, pela lei de Pascal, segue-se que qualquer aumento de pressão Δp em um ponto no fluido causará o mesmo aumento em todos os outros pontos dentro do fluido. Esse princípio possui aplicação generalizada para o projeto de maquinário hidráulico. (Hibbeler, R. C.. Mecânica dos fluidos)



Profº Jose Gatto
Universidade Iguaçu, Unig

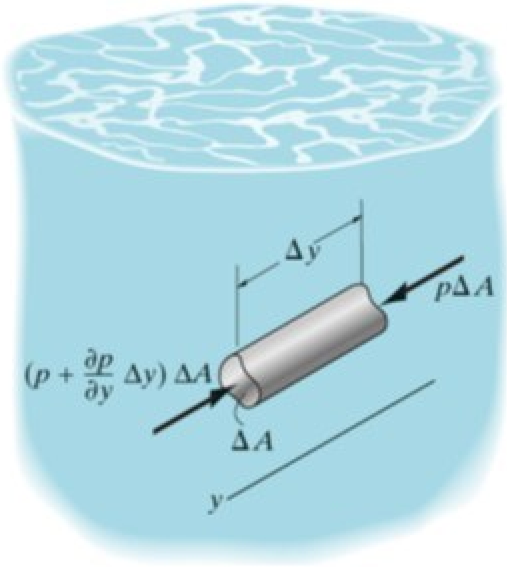
Variação da pressão estática

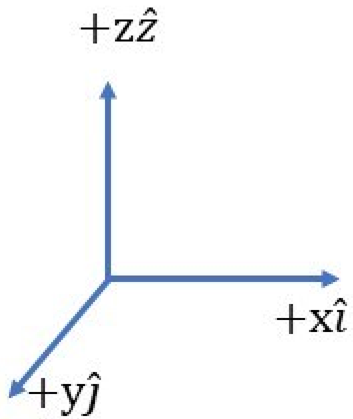
- Para determinar como a pressão varia dentro de um fluido estático devido ao peso do fluido vamos considerar um elemento controle cilíndrico de fluido pequeno e delgado, horizontal e vertical, com seções transversais (face) ΔA e comprimentos Δy e Δz, respectivamente.

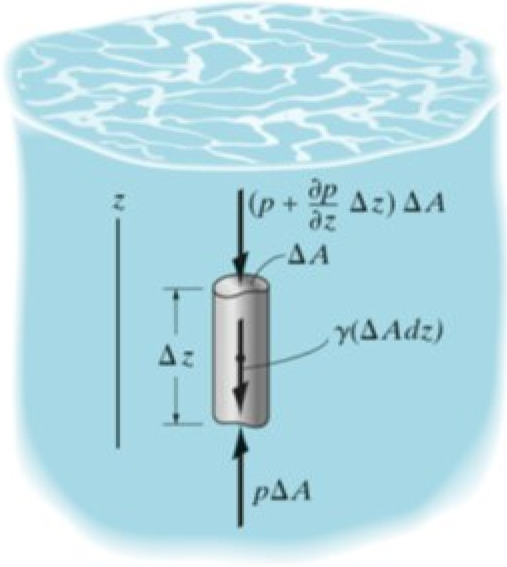
- Os diagramas de corpo livre mostram apenas as forças que atuam nas direções y e z sobre cada elemento. Para o elemento que se estende na direção z, o peso está incluído, na direção negativa do eixo z. Ele é o produto do peso específico do fluido γ e do volume do elemento, $\Delta V = \Delta A \Delta z$.

- O gradiente ou a variação na pressão de um lado e de outro de cada face variam nos sentidos positivos e negativos dos eixos y e z, sendo expresso pelas derivadas parciais $(\frac{\partial P}{\partial y})\Delta y$ e $(\frac{\partial P}{\partial z})\Delta z$, respectivamente. As derivadas parciais são utilizadas porque as variações da pressão são nos três eixos coordenados x, y e z.

Variação da pressão estática







O Volume e a Pressão:

$$\Delta V = \Delta A \,.\, \Delta z$$

$$P = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \qquad dF = P \,.\, d(A)$$

As Derivadas nos três eixos:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = \frac{\partial F}{\partial x}$$

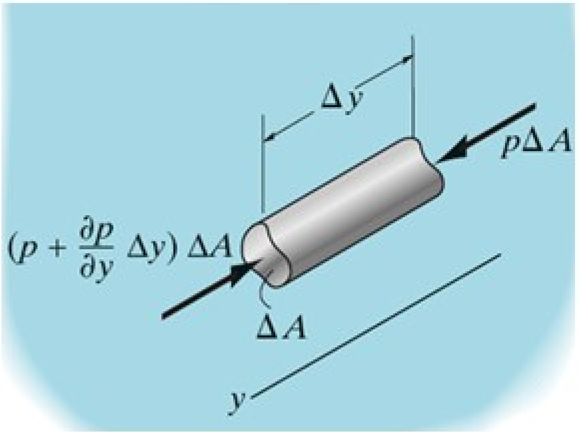
$$\lim_{\Delta y \to 0} \frac{F(y + \Delta y) - F(y)}{\Delta y} = \frac{\partial F}{\partial y}$$

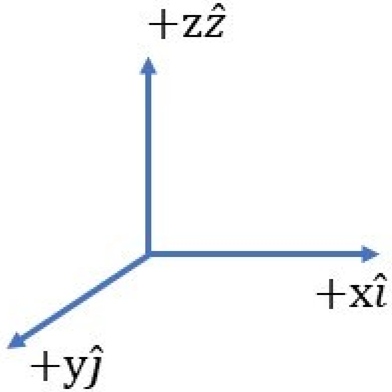
$$\lim_{\Delta z \to 0} \frac{F(z + \Delta z) - F(z)}{\Delta z} = \frac{\partial F}{\partial z}$$

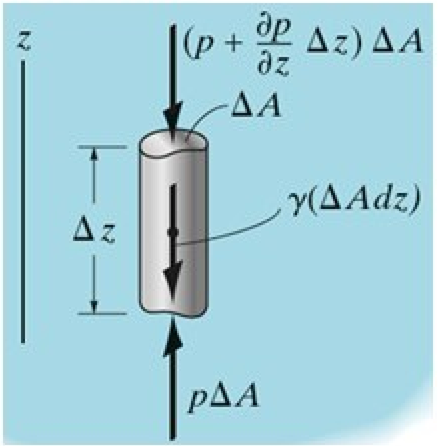
Profº Jose Gatto
Universidade Iguaçu, Unig

Hidrostática

Variação da pressão estática







Somatório das forças em z:

$$\sum F_z = m.\overset{0}{\cancel{a}} = 0$$

Somatório das forças em y:

$$\sum F_y = m.\overset{0}{\cancel{a}} = 0$$

$$P(\Delta A) - [P + \frac{\partial P}{\partial y}\Delta y]\,\Delta A = 0$$

$$P(\Delta A) - P(\Delta A) - \frac{\partial P}{\partial y}\Delta y\,(\Delta A) = 0$$

$$-\frac{\partial P}{\partial y}\Delta y\,(\Delta A) = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \longrightarrow \partial P = 0$$

$$P(\Delta A) - [P + \frac{\partial P}{\partial z}\Delta z]\,\Delta A - \gamma\,(\Delta A\,.\,\Delta z) = 0$$

$$P(\Delta A) - P(\Delta A) - \frac{\partial P}{\partial z}\Delta z\,(\Delta A) - \gamma\,(\Delta A\,.\,\Delta z) = 0$$

$$-\frac{\partial P}{\partial z}\Delta z\,(\Delta A) - \gamma\,(\Delta A\,.\,\Delta z) = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\gamma$$

$$\boxed{\mathbf{dP = -\,\gamma\,dz}}$$

Profº Jose Gatto
Universidade Iguaçu, Unig

Variação da pressão estática

$$dP = -\gamma\, dz$$

- Esta é a equação da Hidrostática. O sinal negativo indica que a pressão diminui enquanto se move para cima no fluido (positivo de z).

- A pressão em um ponto de um fluido em repouso ou em movimento sem viscosidade, é independente da direção (lei de Pascal). Vimos que nos eixos x e y $dP = 0$.

- Esta equação pode ser aplicada para descobrir a variação da pressão em fluidos em repouso com o seu peso específico γ constante, chamados de fluidos incompressíveis, que o volume não varia, por exemplos, líquidos. E, também, para fluidos com o seu peso específico γ variável, chamados de compressíveis, que o volume varia, por exemplo, o ar.

- Na Aula 3 vamos aplicar esta equação para descobrir como a pressão varia com a profundidade em um líquido (incompressível) e resolver exercícios sobre represas, barragens e tanques de pressão. Aplicá-la, também, para resolver a Lei das Atmosferas (compressíveis) e descobrir com a pressão varia com a altitude.

Variação da pressão para fluidos incompressíveis

Se o fluido é incompressível o seu peso específico γ é constante, pois seu volume não varia.

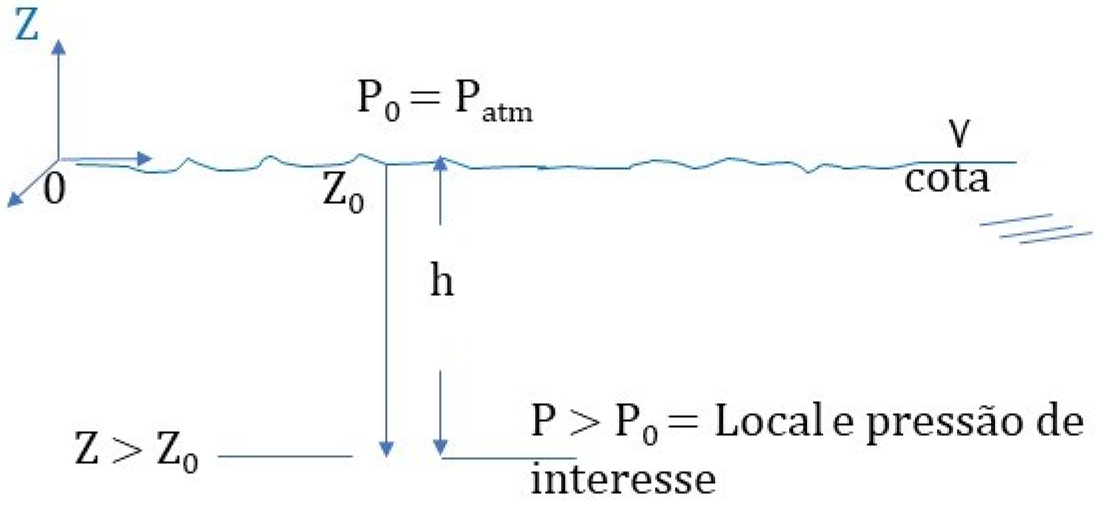
$$dP = -\gamma\, dz \longrightarrow \int_{P_0}^{P} dP = -\gamma \int_{z_0}^{z} dz$$

Para líquidos, em geral, é conveniente colocar a origem do sistema de coordenadas na superfície livre (nível de referência) e medir distâncias para baixo a partir dessa superfície como positivas.

$$(P)\Big|_{P_0}^{P} = -\gamma\,(z)\Big|_{z_0}^{z}$$

$$P - P_0 = -\gamma\,(z - z_0)$$

$$P - P_0 = \gamma\,(z_0 - z)$$



$$h = z_0 - z$$

$$P - P_0 = \gamma\, h$$

$$\boxed{P = P_0 + \gamma\, h}$$

Profº Jose Gatto
Universidade Iguaçu, Unig

Variação da pressão para fluidos incompressíveis

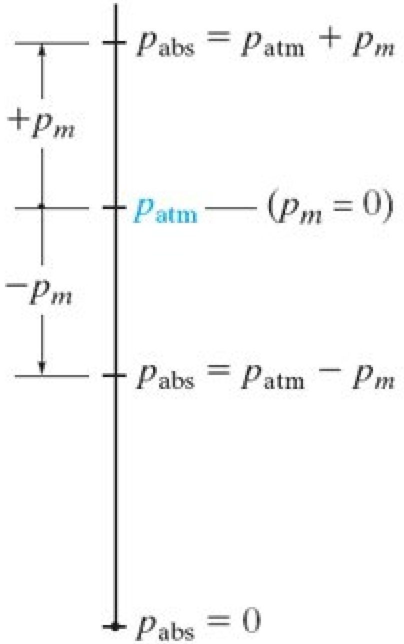
$$P = P_0 + \gamma\, h$$

Essa é a equação da hidrostática para fluido sem viscosidade. A pressão aumenta com a profundidade, ou diminui quando se aproxima da superfície. Se a pressão na superfície é a pressão atmosférica, $P_0 = P_{atm}$, então o termo γh representa a pressão manométrica no líquido.

Pressão Absoluta e Pressão Manométrica

Qualquer pressão medida acima ou abaixo da pressão atmosférica é chamada pressão manométrica, P_m, pois os manômetros são usados para medir a pressão relativa à pressão atmosférica.

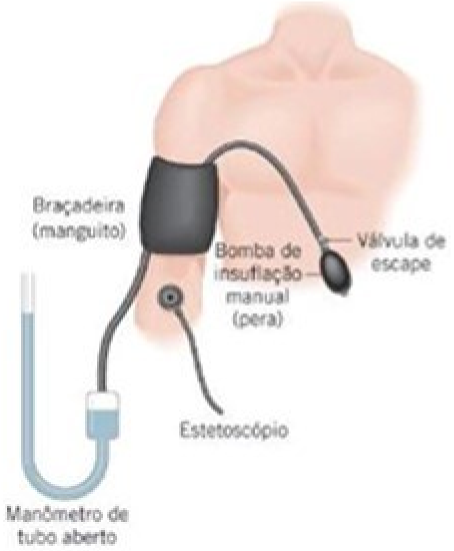
Se um fluido como o ar fosse removido do seu recipiente, haveria um vácuo e a pressão dentro do recipiente seria zero. Isto é pressão absoluta zero. Qualquer pressão acima deste valor é conhecida como pressão absoluta, P_{abs}. Por exemplo, a pressão atmosférica medida no nível do mar.



$$P_{abs} = P_{atm} + P_m$$

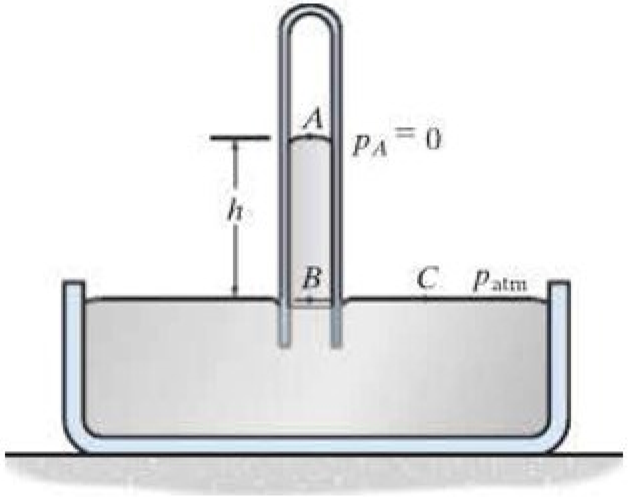
Aplicações da Hidrostática

Variação da pressão para fluidos incompressíveis

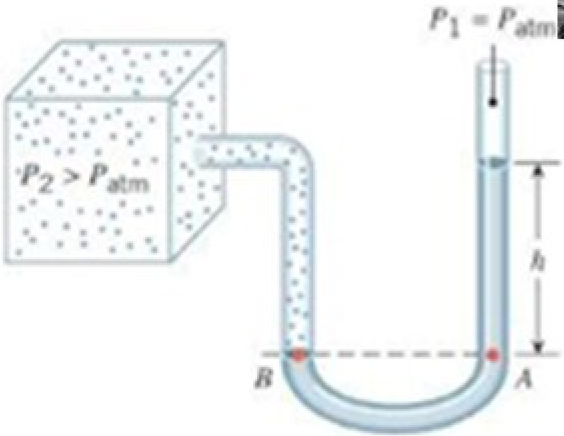


esfigmomanômetro

Barômetro



Manômetro



Profº Jose Gatto
Universidade Iguaçu, Unig

Variação da pressão para fluidos incompressíveis

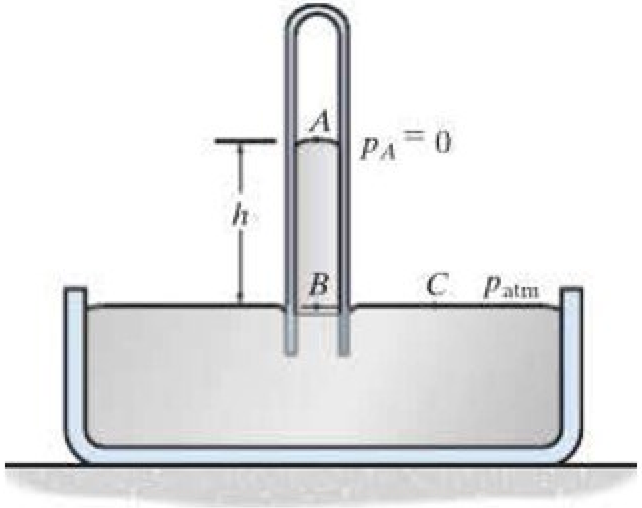
O mercúrio era conhecido com $\rho_{Hg} = 13329\,\frac{Kg}{m^3}$ e o g = 9,81 m/s², então, com uma régua mensurou h = 76cm = 0,76 m.

$$P_{atm} = -\rho gh = -(13600)\,.\,(9{,}81).\,(0{,}7)$$

$$P_{atm} = 95200\text{Pa}$$

Que é uma boa aproximação.

A água é 13,6 vezes menos densa que o mercúrio, então: a altura de 760mmHg equivale a 10,3m de altura da coluna de água.



Barômetro

$$P_B = P_A + \gamma_{Hg}\,h$$

$$P_{atm} = 0 + \gamma_{Hg}\,h \longrightarrow P_{atm} = \gamma_{Hg}\,h$$

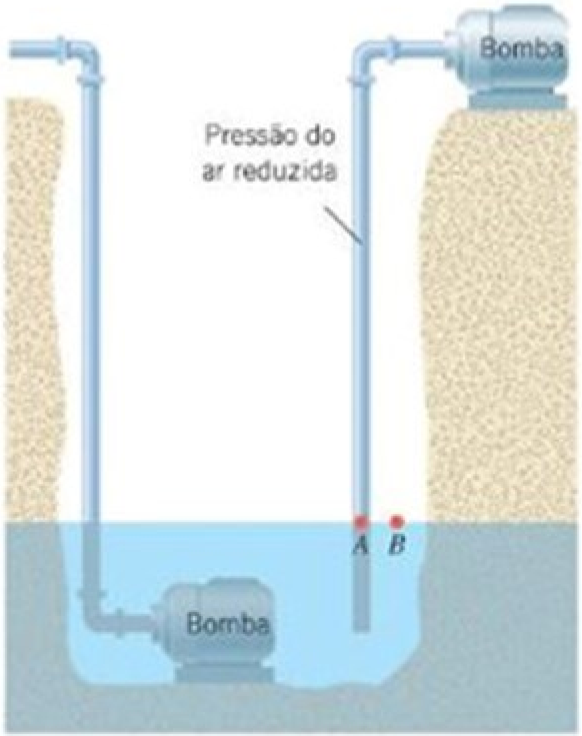
$$P_{atm} = \left(133290\,\frac{N}{m^3}\right).\,(0{,}760\text{m}) = 101300\text{Pa}$$

$$1\text{ atm} = 1{,}01\text{x}10^5\ P_a$$
$$1\text{ atm} = 760\text{ mmHg} = 14{,}7\,\frac{\text{lb}}{\text{pol}^2} = 1\text{ PSI}$$

PSI = *Pound-Force per Square Inch*

Aplicações da Hidrostática

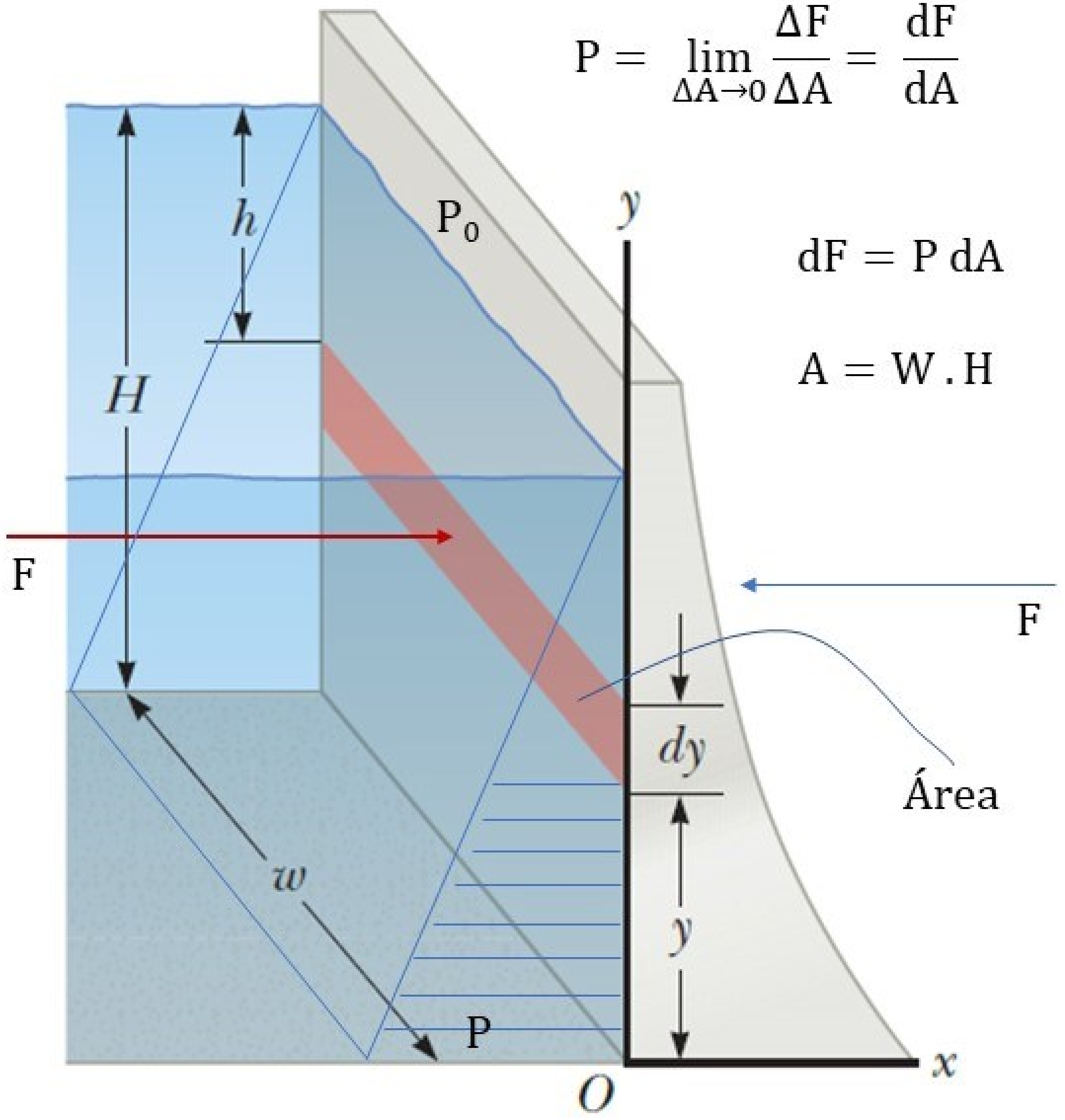
Variação da pressão para fluidos incompressíveis



Dois métodos para o bombeamento da água de um poço. Em um método, a bomba está submersa na água e posicionada no fundo do poço; no outro, ela está localizada no nível do chão. Se o poço for raso, qualquer uma das técnicas pode ser usada. Entretanto, se o poço for muito fundo, apenas um dos métodos de bombeamento funciona. Qual deles, (a) com a bomba submersa ou (b) com a bomba posicionada no nível do chão? (Cutnell, Física - Vol. 1 (p. 318). LTC.)

A bomba no fundo do poço empurra a água para cima do cano, enquanto a bomba no nível do chão não é capaz de puxar a água. Em vez disso, a bomba no nível do chão remove ar do cano, criando um vácuo parcial dentro dele. (Ela está funcionando exatamente como quando você está bebendo com um canudo. Você extrai parte do ar do canudo, e a pressão do ar no exterior faz subir o líquido para dentro dele.)

Variação da pressão para fluidos incompressíveis



$$P = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

$$dF = P\,dA$$

$$A = W\,.\,H$$

Variação da pressão com a profundidade

Quando o fluido é incompressível, como no caso de um líquido, então seu peso específico γ será constante por todo o fluido. Determine a força resultante que a água exerce sobre a barragem.

$$P_B = P_A + \gamma h \longrightarrow P = P_0 + \gamma h$$

$$dA = W\,.\,dy$$

Elemento infinitesimal é a área da superfície em vermelho.

atm

$$P - \cancel{P_0} = P = \gamma\,(H - y)$$

$$dF = P\,dA$$

$$dF = \gamma\,(H - y).\,(W\,.\,dy)$$

Variação da pressão para fluidos incompressíveis

Variação da pressão com a profundidade:
Represa

$$dF = \gamma\,(H - y).(W.dy)$$

$$dF = (H - y).\gamma W dy$$

$$dF = H\,\gamma W dy - y\,\gamma W dy$$

$$dF = \gamma HW\,dy - \gamma W\,y dy$$

$$\int_0^F dF = \int_0^H \gamma HW\,dy - \int_0^H \gamma W\,y dy$$

$$\int_0^F dF = \gamma HW \int_0^H dy - \gamma W \int_0^H y\,dy$$

$$F = \gamma HW\,(y)\Big|_0^H - \gamma W\left(\frac{1}{2}y^2\right)\Big|_0^H$$

$$F = \gamma HW\,H - \frac{1}{2}\gamma\,W\,H^2$$

$$F = \gamma\,W\,H^2 - \frac{1}{2}\gamma\,W\,H^2$$

$$F = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\gamma\,W\,H^2$$

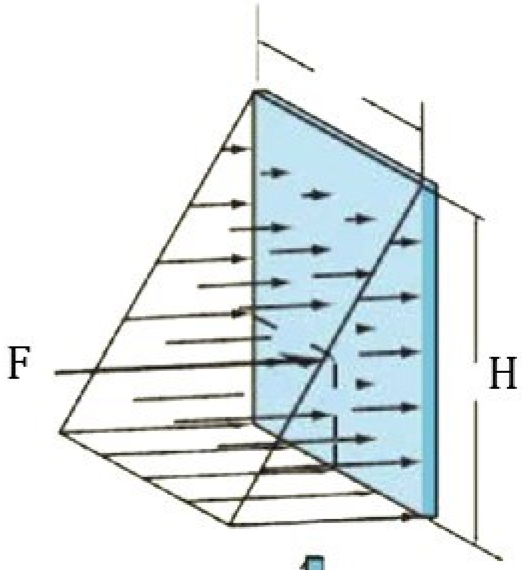
$$F = \frac{1}{2}\gamma\,W\,H^2$$

$$F = 2x10^9\ N$$

$W = 315m$
$H = 36m$
$\gamma_{água} = 10000\ N/m^3$

Variação da pressão para fluidos incompressíveis

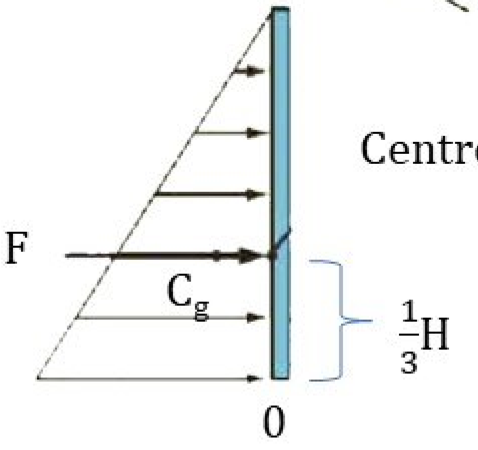
Calcule o Torque que a força da água provoca na parede da represa em relação ao ponto 0



$$\tau = \vec{F} \times \vec{r}$$

$$r_{Cg} = \frac{\tau}{F}$$

$$d\tau = dF \cdot y$$



Centroide do Triangulo

$$dF = \gamma HW\,dy - \gamma W\,y dy$$

$$d\tau = (\gamma HW\,dy - \gamma W\,y dy).y$$

$$d\tau = \gamma HW\,y\,dy - \gamma W\,y^2\,dy$$

$$\int_0^{\tau} d\tau = \gamma HW \int_0^{H} y\,dy - \gamma W \int_0^{H} y^2\,dy$$

$$\tau = \frac{1}{2}\gamma WH^3 - \frac{1}{3}\gamma W H^3$$

$$\tau = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\gamma W H^3 \longrightarrow \tau = \frac{1}{6}\gamma W H^3$$

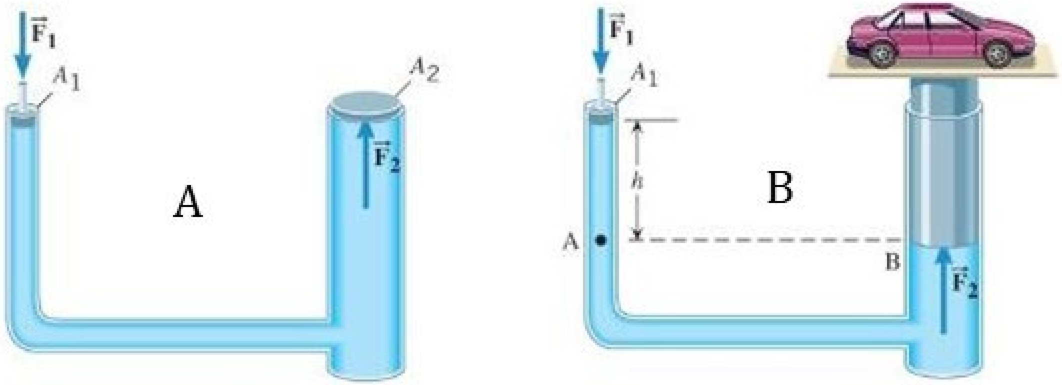
$$r_{Cg} = \frac{\tau}{F} \qquad r_{Cg} = \frac{\frac{1}{6}\gamma W H^3}{\frac{1}{2}\gamma W H^2}$$

$$r_{cg} = \frac{1}{3}H$$

Aplicações da Hidrostática

Variação da pressão para fluidos incompressíveis

Elevador Hidráulico



Elevador A - Quando as superfícies inferiores do pistão e do êmbolo estão no mesmo nível.

$$P = P_0 + \gamma \cancelto{0}{h} \longrightarrow P_2 = P_1$$

$$\frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1} \longrightarrow F_2 = A_2 \cdot \frac{F_1}{A_1}$$

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1 \longrightarrow F_2 = \frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} F_1$$

Elevador B - Como as superfícies inferiores do pistão e do êmbolo estão em níveis diferentes:

$$P = P_0 + \gamma h \longrightarrow \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1} + \gamma h$$

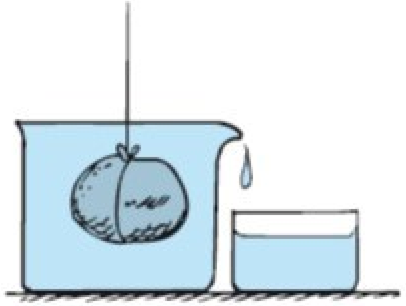
$$F_2 = \frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} F_1 + \pi r_2^2 \gamma h$$

$$F_2 = r_2^2 \left(\frac{F_1}{r_1^2} + \pi \gamma h \right)$$

O pistão de entrada à esquerda possui um raio r_1=0,0120m e um peso desprezível. O êmbolo de saída à direita possui um raio r_2=0,150m. O peso combinado do carro com o êmbolo é igual a F_2=20500N, ela aguenta o peso do carro. O óleo hidráulico tem $\gamma = 80{,}0 \times 10^2$ N/m³.

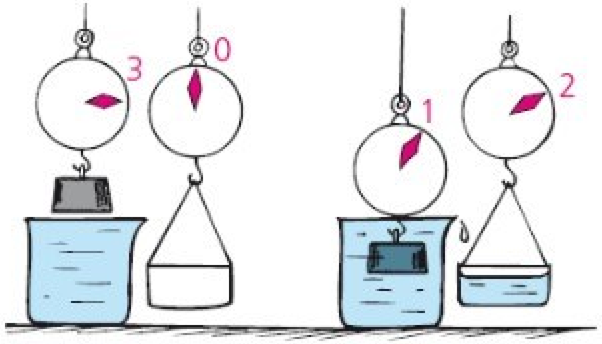
Variação da pressão para fluidos incompressíveis

Empuxo e Flutuabilidade



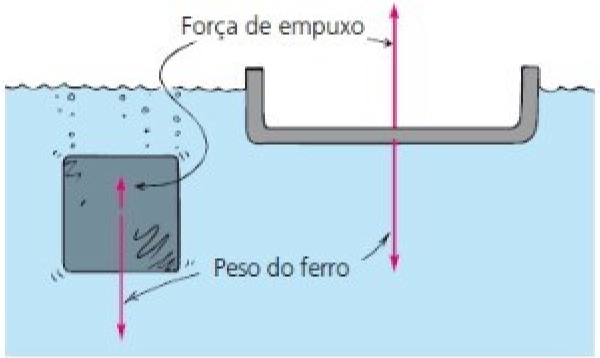
Quando uma pedra é submersa, ela desloca uma quantidade de água com volume igual ao seu próprio volume.

Princípio de Arquimedes: Um corpo imerso sofre a ação de uma força de empuxo dirigida para cima e igual ao peso do fluido que ele desloca.



Os objetos pesam mais quando estão no ar do que na água. Quando um bloco de 3 kg é submerso, a marcação da balança diminui para 1 kg. O peso "que falta" é igual ao peso dos 2 kg de água deslocada, que é igual à força de empuxo.

1) Se um objeto é mais denso do que o fluido onde é imerso, ele afundará.
2) Se um objeto é menos denso do que o fluido onde é imerso, ele flutuará.
3) Se um objeto tem a mesma densidade do fluido em que é imerso, nem afundará, nem flutuará.



Profº Jose Gatto
Universidade Iguaçu, Unig

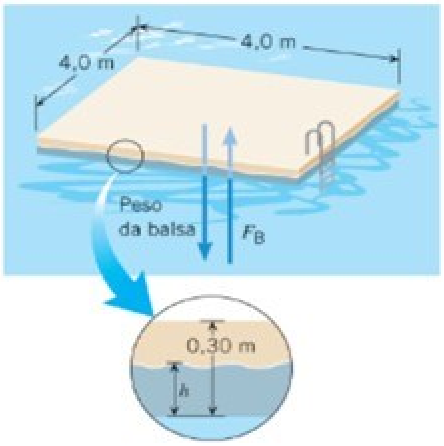
Variação da pressão para fluidos incompressíveis

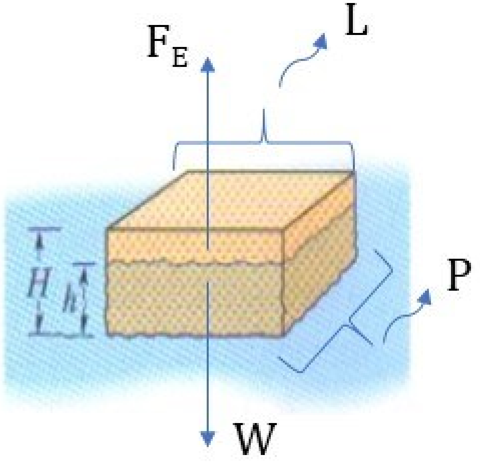
Empuxo e Flutuabilidade

Quando um barco de ferro desloca um peso de água igual ao seu próprio peso, ele flutua. Isto algumas vezes é chamado de princípio de flutuação.

Todo navio, submarino ou dirigível deve ser projetado de modo a deslocar um peso de fluido igual a seu próprio peso. Portanto, um navio de 10.000 toneladas deve ser construído grande o bastante para deslocar 10.000 toneladas de água antes que ele afunde demais na água. O mesmo vale para naves aéreas. Um dirigível que pesa 100 toneladas desloca no mínimo 100 toneladas de ar. E se deslocar mais do isso, ele subirá; se deslocar menos, ele descerá. E se deslocar exatamente o seu peso, ele flutuará a uma altitude constante.

Qual a altura h da parte submersa?





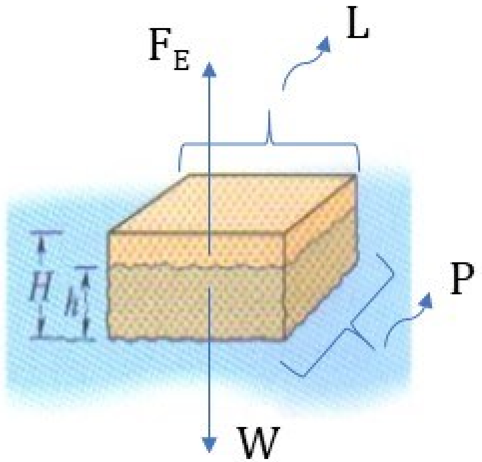
$$\sum F_y = m.\overset{0}{\cancel{a}} = 0 \longrightarrow F_E - W = 0$$

$$m.g - m.g = 0 \longrightarrow \underbrace{\rho.V.g}_{\text{Fluido Deslocado}} - \underbrace{\rho.V.g}_{\text{Peso do Corpo}} = 0$$

Aplicações da Hidrostática

Variação da pressão para fluidos incompressíveis

Empuxo e Flutuabilidade



$$\sum F_y = m.\cancel{a} = 0$$

$$F_E - W = 0$$

$$m_f . g - mc . g = 0$$

$$\rho_f . Vf . g - \rho_c . Vc . g = 0$$

$$\rho_f . (L. P. h) . g - \rho_c . (L. P. H) . g = 0$$

$$\gamma_f . (\cancel{L. P.} h) - \gamma_c . (\cancel{L. P.} H) = 0$$

$$\gamma_f . h - \gamma_c . H = 0 \longrightarrow \gamma_f . h = \gamma_c . H$$

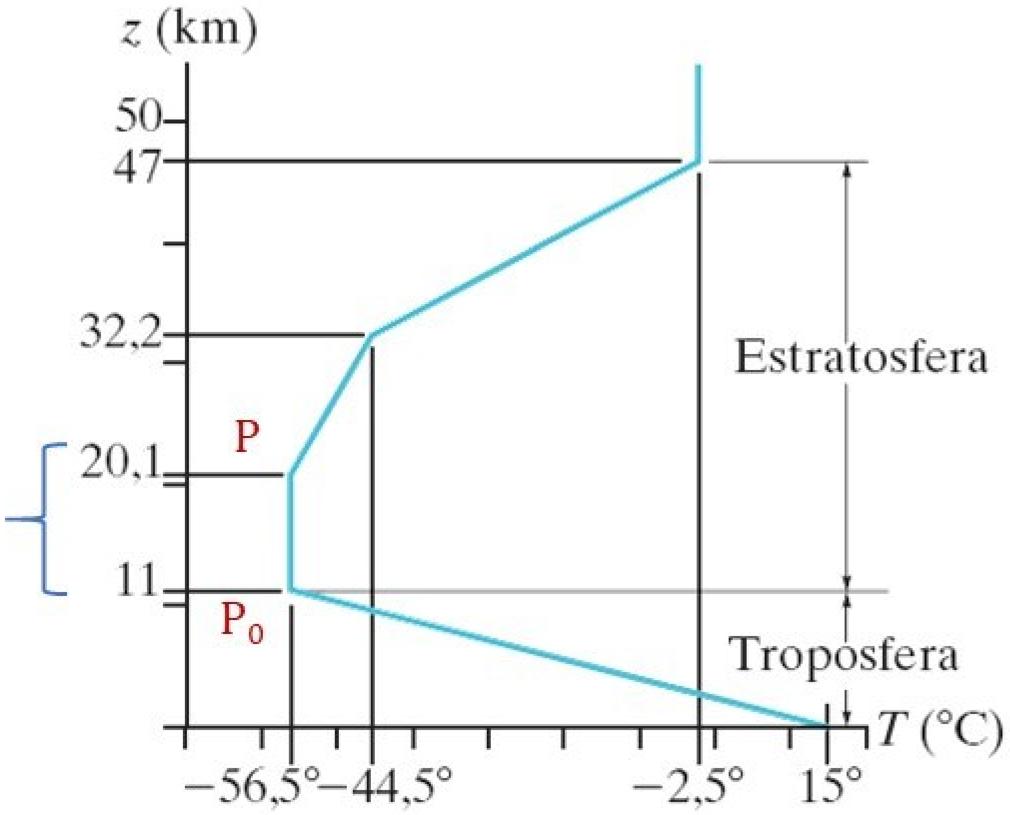
$$h = \frac{\gamma_c}{\gamma_f} . H$$

Qual a fração do iceberg que se encontra submersa?

Como se descobre o peso específico ou a massa específica de um objeto?

Variação da pressão para fluidos compressíveis

Quando o fluido é compressível, como no caso de um gás, então seu peso específico γ não será constante por todo o fluido... Caso da Atmosfera (gás)...



Temperatura constante... O caso da temperatura em torno de – 56,5°C na faixa de altitude da estratosfera... Da Lei dos Gases Perfeitos...

$$P = \rho RT \longrightarrow P = \frac{\gamma}{g} RT \longrightarrow \gamma = \frac{Pg}{RT}$$

$$\boxed{\mathbf{dP = -\gamma\, dz}} \quad \text{e} \quad \frac{dP}{dz} = -\gamma$$

$$dP = -\frac{Pg}{RT} dz \longrightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{g}{RT} dz$$

Variação da pressão para fluidos compressíveis

$$\frac{dP}{P} = -\frac{g}{RT}dz$$

P e T representam a pressão absoluta e a temperatura absoluta. Expressando T em função de z ...

$$\int_{P_0}^{P}\frac{dP}{P} = -\int_{z_0}^{z}\frac{g}{RT_0}\,dz$$

$$\int_{P_0}^{P}\frac{dP}{P} = -\frac{g}{RT_0}\int_{z_0}^{z}dz$$

$$\ln(P)\Big|_{P_0}^{P} = -\frac{g}{RT_0}(z)\Big|_{z_0}^{z}$$

$$\ln(P - P_0) = -\frac{g}{RT_0}(z - z_0)$$

$$\ln\frac{P}{P_0} = -\frac{g}{RT_0}(z - z_0)$$

$$\frac{P}{P_0} = e^{-\left(\frac{g}{RT_0}\right)(z-z_0)}$$

$$\boxed{P = P_0\, e^{-\left(\frac{g}{RT_0}\right)(z-z_0)}}$$

Essa equação é usada para calcular a variação de pressão na parte baixa da estratosfera que apresenta uma temperatura constante...

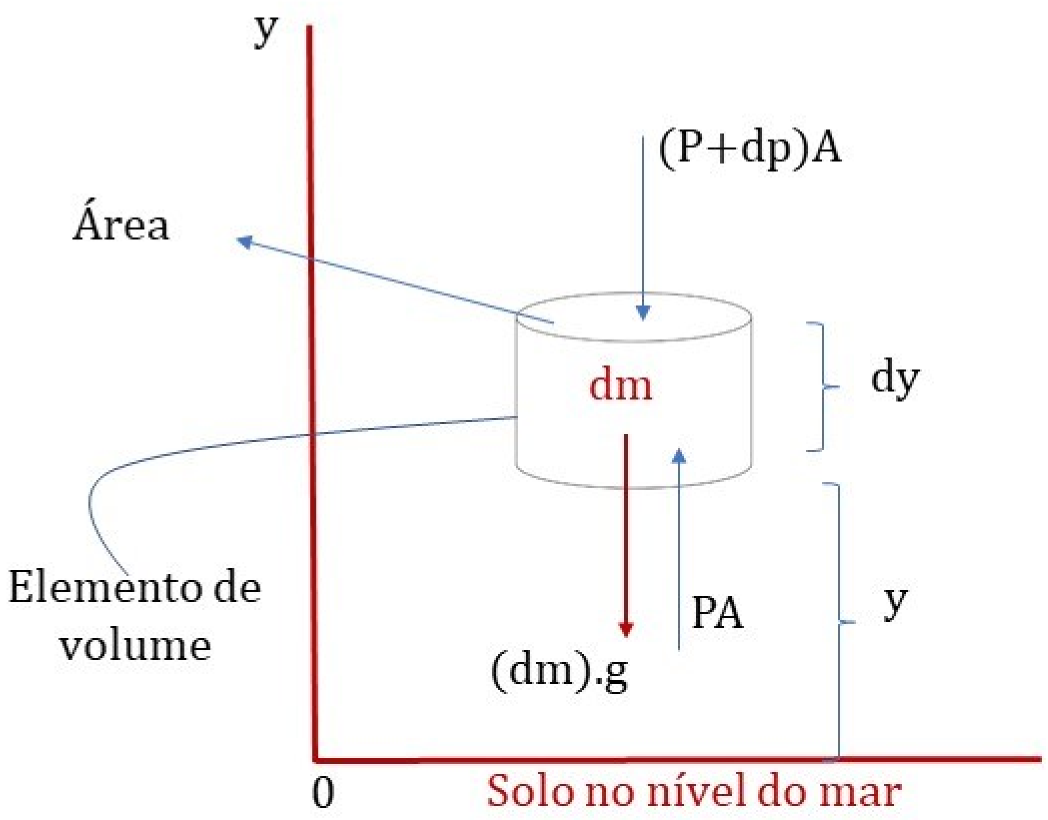
E a equação para calcular a variação da pressão na atmosfera toda, com o γ dentro da equação?

Variação da pressão para fluidos compressíveis

Lei das Atmosferas

O peso específico do ar γ é proporcional à pressão. A previsão é que a pressão diminui exponencialmente com a altitude. Então, a pressão de baixo para cima é maior do que a de cima para baixo.

Então vamos considerar um elemento de controle infinitesimal de forma cilíndrica, em algum ponto, em uma certa altura na atmosfera, de forma que a pressão na face de baixo deste elemento seja maior do que a pressão na face de cima.



A plicando a segunda lei de Newton F = m . a

$$P.A - (P + dP).A - dm.g = 0$$

Variação da pressão para fluidos compressíveis

Lei das Atmosferas

Mas, e o elemento de controle diferencial...

A massa específica: $\rho = \dfrac{m}{V}$

O Volume: $V = A\,.\,h$

Então: $m = \rho V = \rho\,.\,A\,.\,h$

O elemento infinitesimal: $dm = \rho\,.\,A\,.\,dy$

$$dm = \frac{\gamma}{g}\,.\,A\,.\,dy$$

γ_0 e P_0 são o peso especifico do ar e a pressão atmosférica, próximos ao solo (nível do mar) não mudam, $\gamma_0 = \gamma_{atm} = 12;9N/m^3$ e $P_0 = P_{atm} = 1{,}01x10^5Pa$

Supondo que no nível do mar, o peso específico e a pressão do ar, em uma determinada altitude, são proporcionais ao peso específico e a pressão do ar já conhecidos nesse nível, em y=0, que são γ_0 e P_0.

$$\frac{\gamma}{P} = \frac{\gamma_0}{P_0} \longrightarrow \gamma = P\,\frac{\gamma_0}{P_0}$$

Voltando a segunda lei de Newton

$$P.A - (P + dP).A - dm.g = 0$$

$$\cancel{P.A} - \cancel{P.A} - dP.A - (\frac{\gamma}{\cancel{g}}.A\,.\,dy).\cancel{g} = 0$$

$$- dP.\cancel{A} - (\gamma.\cancel{A}\,.\,dy) = 0$$

$$dP = -\,\gamma\,.\,dy$$

Variação da pressão para fluidos compressíveis

Lei das Atmosferas

Substituir proporção: $\gamma = P\,\dfrac{\gamma_0}{P_0}$ em

$dP = -\,\gamma\,.\,dy \longrightarrow dP = -P\,\dfrac{\gamma_0}{P_0}.\,dy$

Separando as variáveis: $\dfrac{dP}{P} = -\,\dfrac{\gamma_0}{P_0}.\,dy$

Antes de integrar esta equação para obter a variação da pressão P com a altitude y devemos fazer algumas considerações. O y_0 é zero, pois o eixo coordenado está no solo e vamos considerá-lo no nível do mar (Datum). P_0 e γ_0 no nível do mar são aproximadamente constantes. Então, P_0 e γ_0 podem vir para fora do sinal de integral, assim:

$$\int_{P_0}^{P}\frac{dP}{P} = -\int_{y_0}^{y}\frac{\gamma_0}{P_0}.\,dy$$

$y_0 = 0$, no nível do mar

$$\int_{P_0}^{P}\frac{dP}{P} = -\frac{\gamma_0}{P_0}\int_{0}^{y}dy$$

$$\ln(P)\,\Big|_{P_0}^{P} = -\frac{\gamma_0}{P_0}(y)\,\Big|_{0}^{y}$$

$$\ln(P - P_0) = -\frac{\gamma_0}{P_0}(y)$$

$$\ln\frac{P}{P_0} = -\frac{\gamma_0}{P_0}.\,y$$

$$\boxed{P = P_0\,e^{-\left(\frac{\gamma_0}{P_0}\right).y}}$$

Aplicações da Hidrostática

Variação da pressão para fluidos compressíveis

Lei das Atmosferas

$$\boxed{P = P_0\, e^{-\left(\frac{\gamma_0}{P_0}\right).y}}$$

Essa equação calcula a pressão no ar na altitude y que você escolher baseados nos valores da pressão P_0 e do peso específico γ_0 , no nível do mar, que são conhecidos. Ela diminui exponencialmente com a altitude.

Por exemplo, determine a altura y (altitude) em que a pressão atmosfera cai pela metade.

$$P = P_0\, e^{-\left(\frac{\gamma_0}{P_0}\right).y}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{P_0} = \cancel{P_0}\, e^{-\left(\frac{\gamma_0}{P_0}\right).y}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\left(\frac{\gamma_0}{P_0}\right).y}$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{\gamma_0}{P_0}\right).y$$

$$y = -\left(\frac{P_0}{\gamma_0}\right).\ \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$y = -\left(\frac{1{,}01x105Pa}{12{,}9\,\frac{N}{m^3}}\right).\ (-0{,}693)$$

$$y = h = 5{,}4\ km$$

Aplicações da Hidrostática

Variação da pressão para fluidos compressíveis

Lei das Atmosferas

Explica Tipler em seu livro que a pressão do ar diminui exponencialmente com a altitude. A pressão do ar diminui por uma fração constante para um dado aumento de altura. À altura de cerca de 5,5 km, a pressão do ar é a metade de seu valor no nível do mar. Se subimos outros 5,5 km, até a uma altitude de 11 km (uma altitude típica para os aviões), a pressão novamente é reduzida à metade, passando a um quarto de seu valor no nível do mar, e assim por diante. Nas elevadas altitudes de vôo dos jatos comerciais, as cabines devem ser pressurizadas.

O peso específico do ar é aproximadamente proporcional à pressão, logo diminui com a altitude. Há menos oxigênio disponível no alto de uma montanha. Imagine no Monte Everest?